

УДК 621.91.01:512.171

Гусарев В. С., Яровой Ю. В.

**ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ ДЛЯ АНАЛИЗА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА**

В существующих технологических системах проектирования алгоритмы и программы синтеза занимают незначительную часть по сравнению с алгоритмами и программами расчета, анализа и оптимизации систем. Объясняется это трудностями формализации методов синтеза, в большинстве случаев, основанных на эвристических приемах, применяемых лишь для конкретных частных случаев синтеза. В связи с разработкой эффективных алгоритмов оптимизации и расширением возможностей вычислительной техники появились возможности автоматизации некоторого класса задач синтеза.

Задачи синтеза решаются обычно в два этапа: первый направлен на создание структуры проектируемого объекта и называется структурным синтезом, а второй – на поиск параметров спроектированной структуры, при которых объект будет функционировать при действии всех технологических факторов, называется параметрическим синтезом.

В работе [1, 2] рассмотрены вопросы синтеза автоматических производственных систем, но не рассматриваются вопросы, связанные с анализом и синтезом технологических процессов. Работа [3] рассматривает синтез методов обработки резанием, приводится их подробный анализ в зависимости от применяемого оборудования.

Целью работы является применение теории графов для анализа технологических процессов изготовления деталей машин.

При проектировании технологического процесса структурному синтезу подвергается – технологический объект, набор технологических операций, а также маршрут технологического процесса.

Проектирование технологического процесса начинается с анализа чертежа детали – конструкторских требований, требований по точности и шероховатости поверхностей. Чертеж детали представляет собой объект проектирования, который конечен и состоит из конечного числа отдельных элементов. В теории алгоритмов [2] такой объект называют конструктивным объектом. Для обозначения конструктивных элементов принято буквенное обозначение двумя индексами: первый определяет состояние, а второй обозначает конструктивный элемент:

$$a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in} = |a_{ij}|, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Любой набор элементов конструктивного объекта можно фиксировать, задавать его конечное состояние. Конечное состояние элементов задается конструктором, тогда первый индекс указывает число, которое характеризует конечные свойства элемента конструктивного объекта:

$$a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn} = |a_{ij}|, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Для более простого и наглядного изображения объектов независимые элементы конструктивного объекта обозначаем разными буквами латинского алфавита, оставляя только индекс, характеризующий конечные свойства элементов объекта:  $a_{i1} = a_i, a_{i2} = b_i, a_{i3} = c_i$ .

Обозначение элементов конструктивного объекта необходимо начинать: во-первых с основных поверхностей; во-вторых с поверхностей, обладающих наименьшей конструктивной сложностью; в-третьих с поверхностей, которые имеют меньшее значение  $i$  (элементов,

подверженных наименьшему количеству изменений). Так же следует отметить, что выделять целесообразно отдельно специфические элементы, а мелкие элементы (фаски, галтели, канавки) включать в основные элементы конструктивного объекта или опускать (рис. 1).

Конструктивный объект, находящийся в технологической среде, в которой приобретает свои заданные свойства, называется технологическим объектом. Начальный набор свойств элементов технологического объекта определяется свойством исходного состояния заготовки.

$$a_{01}, a_{02}, \dots, a_{0n} = |a_{ij}|, i = 0, j = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

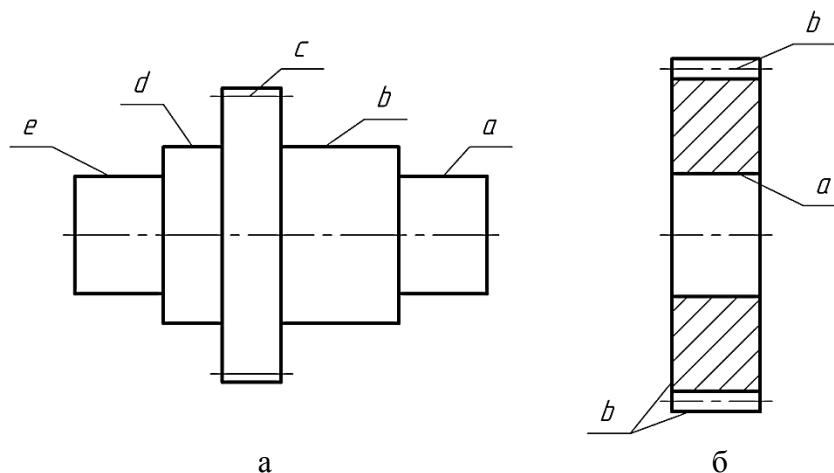


Рис. 1. Обозначение конструктивных элементов технологического объекта

Перевод элемента технологического объекта из начальных свойств в конечные осуществляется при помощи операций обработки. Операция представляет собой определенные воздействия технологического средства на элемент технологического объекта.

Технологическая операция над элементом может быть представлена в виде перехода элемента технологического объекта из одного состояние в другое:

$$A_{11} : a_{01} \rightarrow a_{11} \quad (4)$$

или в общем виде:

$$A_{ij} : a_{i-1j} \rightarrow a_{ij}. \quad (5)$$

После каждого этапа обработки формируется новый состав свойств элементов технологического объекта. Если оператор воздействует на технологический объект, не меняя его свойств, то такой оператор не будет технологическим.

Набор свойств технологического объекта можно представить в виде матрицы, в которой столбцы отображают этапы обработки, а строки элементы технологического объекта:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{mj} & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = |a_{ij}|, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

где  $i$  – этапы обработки;

$j$  – элементы технологических объектов.

В строках матрицы свойств элементов технологического объекта записываются независимые элементы, в столбцах – зависимые. Поэтому в матрице перестановка строк запрещена, а столбцов возможна.

Набор свойств технологического объекта также может задаваться и не полной матрицей. Это в первую очередь относится к тем элементам технологического объекта, которые содержат не полный набор изменения свойств.

Набор элементов технологического объекта определяет только состав набора операций, но не маршрут, по которому выполняется возможный, допустимый или рациональный процесс.

Матрицу технологических объектов (6) можно преобразовать в матрицу технологических операций, которая, как правило, является упорядоченной и записывается в виде:

$$|A_{ij}| = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{mj} & A_{mj} & \dots & A_{mn} \end{vmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

Упорядочение набора связано с организацией правил следования операций. Упорядочение предписывает порядок следования операций в наборе. Упорядоченный набор технологических операций часто называют технологическим маршрутом. Технологический маршрут позволяет содержательно рассмотреть технологический процесс на макроуровне.

Для более наглядного рассмотрения технологического маршрута и поиска наиболее оптимального решения воспользуемся теорией графов [3, 4], которая позволяет представить матрицу технологических объектов (7) в виде нуль-графа технологического процесса (рис. 2).

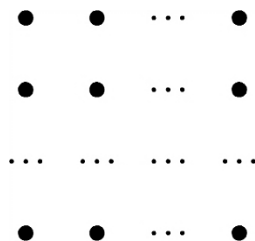


Рис. 2. Нуль-граф технологического процесса

Нуль-граф (рис. 2) изображает только вершины графа. Для дальнейшего анализа технологического процесса необходимо определить вершины начала и конца перемещения, т. е. выбрать поверхности, на которых начнется и закончится технологический процесс. Начальная вершина должна принадлежать любой вершине в первой строке, а конечная – любой вершине на последней строке (рис. 3). Таким образом, обработка детали должна начинаться на первом этапе, а заканчивать на последнем.

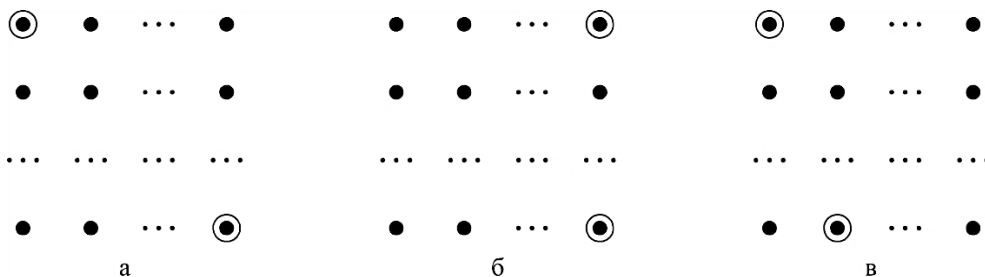


Рис. 3. Нуль-граф технологического процесса с вариантами фиксированного входа и выхода

Выбор поверхности начала механической обработки детали всегда относится к прерогативе технолога, который полагается на свой опыт.

Связывая вершины нуль-графа технологического процесса между собой, получим граф маршрута обработки или ориентированный граф технологического процесса (рис. 4). Связывание вершин должно отвечать следующим правилам:

1. Связывание нуль-графа технологического процесса начинается с начальной вершины и заканчивается конечной вершиной.
2. В каждую вершину должна входить и выходить связь, за исключением начальной и конечной вершины.

Количество вариантов ориентированных графов (технологических маршрутов) определяется по формулам:

– для полной матрицы:

$$M = \frac{(ij - 2)!}{(i_1 - 1)!i_2! \dots (i_j - 1)!}; \tag{8}$$

– для неполной матрицы:

$$M = \frac{(\sum X - 2)!}{(i_1 - 1)!i_2! \dots (i_j - 1)!}, \tag{9}$$

где  $X$  – количество вершин нуль-графа технологического процесса.

Рассмотрим пример полной матрицы  $i = 3, j = 4$ . Число вариантов технологических маршрутов определяется по выражению (8) и составляет 25200 вариантов (рис. 4).

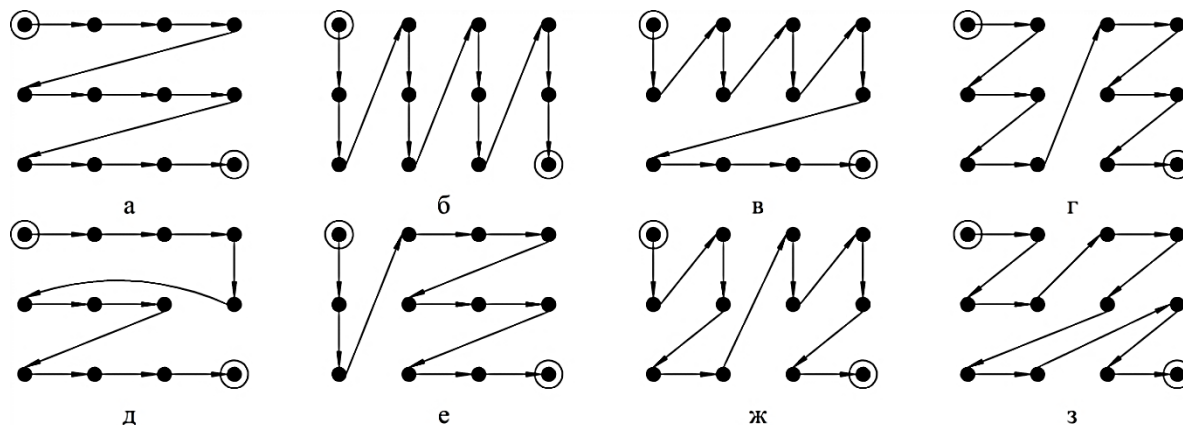


Рис. 4. Некоторые варианты ориентированных графов технологического маршрута

Из представленных вариантов ориентированных графов технологических процессов (рис. 4) наиболее широкое распространение получил вариант (а) – последовательный обход всех вершин нуль-графа по строкам (последовательная обработка всех поверхностей детали) и вариант (б) – последовательный обход всех вершин по столбцам (последовательная обработка поверхностей). Остальные варианты ориентированных графов – это различные комбинации схем связывания начальной и конечной точки графа, причем каждая схема имеет свои преимущества и недостатки. Выбор того или иного ориентированного графа зависит в первую очередь от опыта технолога и его представлении о последовательности этапов обработки.

Такое большое число вариантов трудно подвергнуть анализу, поэтому целесообразно перейти к более удобному рассмотрению, которое подсказывает теория графов. А именно, перейти к разбору вариантов, преобразуя полный граф в гиперграф. Для этого разделим общее число операции ( $i \times j = 12$ ) на числа без остатка (в примере: 1, 2, 3, 4, 6, 12) (рис. 5).

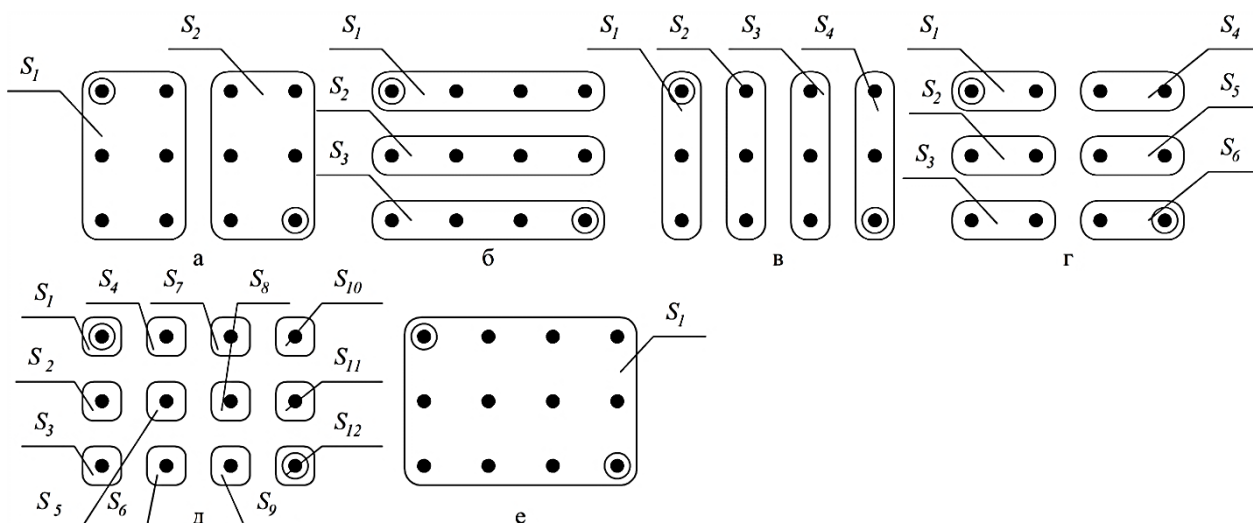


Рис. 5. Варианты гиперграфов

Для каждого варианта гиперграфов определено возможное количество технологических маршрутов. Случай первый *д* и *е* (рис. 5) сокращение числа вариантов не обеспечивают. Остальные могут быть рассмотрены. Максимальное количество технологических маршрутов, шесть, имеет гиперграф *г* (рис. 5), минимальное количество, один маршрут – вариант *а* и *б* (рис. 5).

Предлагая в качестве критерия отбора вариантов количество движений между вершинами, рациональным будет случай *а* и *б* (рис. 5), поскольку технологический маршрут может быть реализован в мелкосерийном производстве. Вариант *в* допускается в устойчивом серийном производстве, а вариант *г* может быть реализован в крупносерийном производстве. Вариант *д* может быть реализован в условиях массового производства, а вариант *е* в условиях единичного производства. Причем вариант *е* может быть реализован на одном технологическом оборудовании.

На основании приведенного анализа можно отметить, что количество гиперграфов для матрицы технологических операций должно лежать в интервале  $1 \leq S \leq ij$ .

Следует отметить, что выбор наиболее лучшего технологического маршрута из множества может быть осуществлен с помощью временного и энергетического критерия.

## ВЫВОДЫ

Рассмотрены вопросы выбора технологического маршрута на основе теории графов. Предложен вариант изображения нуль-графа, нуль-графа с фиксированным входом и выходом, а также ориентированного графа и гиперграфа. Предложена формула для определения возможного количества маршрутов.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов А. Н. Основы синтеза поточно-пространственных технологических систем непрерывного действия / А. Н. Михайлов. – Донецк : ДонНТУ, 2002. – 379 с.
2. Базров Б. М. Модульные технологии / Б. М. Базров. – М. : Машиностроение, 2000. – 368 с.
3. Ермаков Ю. М. Комплексные способы эффективной обработки резанием: Библиотека технолога / Ю. М. Ермаков. – М. : Машиностроение, 2005. – 272 с.
2. Марков А. А. Теория алгоритмов / А. А. Марков, Е. М. Нагорный. – М. : ФАЗИС, 1996. – 256 с.
3. Харари Ф. Теория графов / Фрэнк Харари. – Едиториал УРСС, 2003. – 296 с.
4. Зыков А. А. Основы теории графов / А. А. Зыков. – М. : Наука, 1987. – 384 с.